平成 26 年 12 月 5 日（金）1 限

平成 26 年度計算実験序論 2　中間試験問題　（担当教員　三浦伸一）

問題 1　偏りのある硬貨を使ってコイントスをする。表の出る確率は p，裏の出る確率は $1-p$ である。コイントスを繰り返し，x 回目に初めて表が出た。この x に関する確率分布について以下の問いに答えよ。

(1) この分布の確率関数を求めよ。

(2) あらゆる x に対する確率の和は 1 となることを示せ。

(3) この分布の平均と分散を求めよ。

(4) 初めて表が出るまでのコイントスの回数が y 回以内である確率を求めよ。

問題 2　あるくじ引きでは，確率 p で当たりが出るという。このくじを n 回引いたときに当たりくじを引く回数を x としよう。

(1) 確率変数 x が従う確率関数と，その平均値 μ を求めよ。

(2) この確率分布の特性関数 $\left\langle e^{i\xi x}\right\rangle$ を求めよ。

(3) 平均値 μ を固定して，$n \to \infty$, $p \to 0$ とする極限を考える。問 (2) で求めた特性関数のこの極限での表式を求めよ。

(4) 問 (3) で求めた特性関数に関する全ての次数のキュミュラント κ_n $(n = 1, 2, \ldots, \infty)$ を求めよ。またこの極限での確率分布の名称を答えよ。

問題 3　n 個の確率変数 x_i $(i = 1, \ldots, n)$ を考える。全ての確率変数は互いに独立で，次の同一の確率分布に従う。

$$f(x_i) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \le x_i < \frac{1}{2} \\ 0, & x_i < -\frac{1}{2},\ x_i \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

この n 個の確率変数の和を用いて，次の新しい確率変数 x を定義しよう。

$$x = \frac{1}{n}\left\{x_1 + x_2 + \cdots + x_n\right\}.$$

(1) x のモーメント $\langle x\rangle, \langle x^2\rangle$ を求めよ。

(2) n が十分大きい場合，x が従う確率分布はどのようなものになるか。理由と共に具体的に答えよ。

以上